UNA EXPRESIÓN ALGEBRAICA es una combinación de números, variables (o símbolos) y operaciones como la suma, resta, multiplicación, división, potenciación y radicación.

Ejemplos . $3x^2$, $-5xy+2y^4$; $3a^3b^2$; $\frac{3h}{4k^2}$

UNA ECUACIÓN es una igualdad de dos expresiones algebraicas.

TÉRMINO de una expresión algebraica, son las partes de esta que se encuentran separadas por un signo + o - .

Por ejemplo: $3a^3b$; $2x^3y^2$; $\frac{4w}{3z^3}$

Coeficiente. Cualquier factor de un término se llama coeficiente del resto de dicho término. Asi pues, en el término $5x^3y^2$, $5x^3$ *es el coeficiente de* y^3 , $5y^2$ *es el coeficiente de* x^3 *y* 5 *es el coeficiente de* x^3y^2

Coeficiente numérico. Si un término es el producto de un número por una o varias letras, dicho número es el coeficiente numérico (o simplemente coeficiente) del término.

TERMINO SEMEJANTE, son aquellos que difieren solamente en sus coeficientes numéricos, son aquellos términos que tienen las mismas variables con sus mismos exponentes.

Por ejemplo : $7xy \;\; y -2xy \quad y \;\; 3x^2y^4$ y $-\frac{1}{2}x^2y^4$ *son términos semejantes* , sin embargo $2a^2b^3 \quad y \quad -3a^2b^7$ no son semejantes.

Se pueden reducir 2 o más términos semejantes a uno solo

NUMEROS DE SIGNOS IGUALES SE SUMAN Y SE COLOCA EL MISMO SIGNO.

NÚMEROS DE SIGNOS DIFERENTES SE RESTAN Y SE COLOCA EL SIGNO DEL NÚMERO MAYOR .

Tenga cuidado cuando trabaje con paréntesis

$$\mathbf{(-3)^2 \neq -3^2}$$

$$\mathbf{(-3)^2 = (-3)(-3) = \;\; 9}$$

$$\mathbf{-3^2 = -(3.3) = -9}$$

Si n es un entero positivo, el símbolo x^n , se llama potencia enésima de x, es el producto de n factores cada iguales a x.

$$x^n = x.x.x \dots x$$

En x^n , a x se le llama base y a n se llama exponente.

EXPONENTES Y RADICALES.

DEFINICIÓN DE a^n **Dados : n es un entero llamado exponente** a **es un número real llamado base**	**PROPIEDADES DE LOS EXPONENTES** **Dados: n y m son enteros y a y b son números reales**
1. Para n **un entero positivo** $a^n = a.a.a \ldots a. factores\ de\ a$ Ejemplo. $5^3 = 5.5.5 = 125$	1) $a^m a^n = a^{m+n}$ producto de una misma base con igual o distintos exponenetes , se repite la misma base y se suman algebraicamente los exponentes
2. Para $n = 0$ $a^0 = 1 , a \neq 0$ Ejemplo $12^0 = 1$	2) $(a^n)^m = a^{nxm}$ **3)** $(ab)^m = a^m b^m$ **4)** $(\frac{a}{b})^m = \frac{a^m}{b^m}$ $b \neq 0$
3. Para n un entero negativo $a^n = \frac{1}{a^{-n}}$ $a \neq 0$ Ejemplo: $5^{-2} = \frac{1}{5^2}$ $pa\ ra\ todos\ los\ enteros\ n$	**5)** $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$ $\frac{a^m}{a^n} = \frac{1}{a^{m-n}}$ $, a \neq 0$

Simplificación de radicales

Los números reales que no se pueden representarse como el cociente de 2 enteros , como $\sqrt{2}$ se dice que son números irracionales.

Simplificar un número irracional como $\sqrt{24}$ significa escribir nuevamente el radical de manera que algún cuadrado perfecto aparezca como factor dentro del signo del radical.

Asi $\sqrt{24} = \sqrt{4.6} = \sqrt{4}\sqrt{6} = 2\sqrt{6}$ decimo que $2\sqrt{6}$ es la forma simplificada de $\sqrt{24}$

Simplifique

A) $\sqrt{50} = \sqrt{25.2} = \sqrt{25}\sqrt{2} = 5\sqrt{2}$

B) $\sqrt[3]{16} = \sqrt[3]{8.2} = \sqrt[3]{8}\sqrt[3]{2} = 2\sqrt[3]{2}$

$$\sqrt{a} \pm \sqrt{b} \neq \sqrt{a \pm b}$$

Símbolos de agrupamiento: son los paréntesis ( ) , los corchetes [ ] o las llaves { }

Se emplean para indicar que los términos encerrados en ellos se consideran como una sola cantidad.

Forma de raiz	Forma exponente fraccionario
$\sqrt[n]{a^m}$	$a^{\frac{m}{n}}$ n es la raiz

PROPIEDADES DE LOS RADICALES

1. $\sqrt[n]{x^n} = (x^n)^{\frac{1}{n}} = x^{\frac{n}{n}} = x$
2. $\sqrt[n]{x}\,.\sqrt[n]{y} = x^{\frac{1}{n}}\ y^{\frac{1}{n}} = (x.y)^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{x.y}$
3. $\frac{\sqrt[n]{x}}{\sqrt[n]{y}} = \frac{x^{\frac{1}{n}}}{y^{\frac{1}{n}}} = \left(\frac{x}{y}\right)^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{\frac{x}{y}}$

PROPIEDADES DE LOS COCIENTES.

1. $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ $si\ ad = cb$ $(b, d \neq 0)$ $\frac{3}{4} = \frac{9}{12}$ **3.12 = 9.4**
2. $\frac{ca}{cb} = \frac{a}{b}$ $(b, c \neq 0)$ $\frac{4.3}{4.8} = \frac{3}{8}$
3. $\frac{a}{-b} = \frac{-a}{b} = -\frac{a}{b}$ $(b \neq 0)$
4. $\frac{a}{b}.\frac{c}{d} = \frac{a.c}{b.d}$ $(b, d \neq 0)$
5. $\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a.d}{b.c}$ $(b, c, d \neq 0)$
6. $\frac{a}{b} \pm \frac{c}{d} = \frac{a.d \pm c.b}{b.d}$ $(b, d \neq 0)$

PRODUCTOS NOTABLES.

Se llaman productos notables a ciertos productos que cumplen reglas fijas y cuyos resultados pueden ser escritos por simple inspección, es decir, sin verificar la multiplicación y son los resultados de alguno de los productos que con mayor frecuencia se presentan en el cálculo algebraico y con los que se debe procurar familiarizarse en todo lo posible

1. $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ **un binomio elevado al cuadrado**
2. $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$ **la diferencia de dos cuadrados da como resultado binomios conjugados**
3. $(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$ **un binomio elevado al cubo**

4. $\boldsymbol{a^3+b^3=(a+b)(a^2-ab+b^2)}$ **suma de dos cubos**
5. $\boldsymbol{a^3-b^3=(a-b)(a^2+ab+b^2)}$ **diferencia de dos cubos**

Ejemplos.

I. Simplifique las siguientes expresiones y en los resultados los exponentes negativos cámbielos a positivos

1. $\frac{x^5}{x^7} = x^{5-7} = x^{-2} = \frac{1}{x^2}$ **ó** $\frac{x^5}{x^7} = \frac{1}{x^{7-5}} = \frac{1}{x^2}$
2. $(x^{-3}y^2)^{-2} = (x^{-3})^{-2}.(y^2)^{-2} = x^6y^{-4} = \frac{x^6}{y^4}$
3. $\left(\frac{x^{-5}}{x^{-2}}\right)^{-2} = \frac{(x^{-5})^{-2}}{(x^{-2})^{-2}} = \frac{x^{10}}{x^4} = x^{10-4} = x^6$
4. $\frac{4m^{-3}n^{-5}}{6m^{-4}n^3} = \frac{2m^{-3+4}n^{-5-3}}{3} = \frac{2m.n^{-8}}{3} = \frac{2m}{3n^8}$
5. $\left(\frac{x^{-3}x^3}{n^{-2}}\right)^{-3} = \left(\frac{x^0}{n^{-2}}\right)^{-3} = \left(\frac{1}{n^{-2}}\right)^{-3} = \frac{1^{-3}}{n^6} = \frac{1}{n^6\,1^3} = \frac{1}{n^6}$
6. $(3y^4)(2y^3) = 6y^7$
7. $m^2m^{-6} = m^{2-6} = m^{-4} = \frac{1}{m^4}$
8. $(x^3y^{-2})^{-2} = x^{-6}y^4 = \frac{y^4}{x^6}$
9. $(\frac{y^{-6}}{y^{-2}})^{-1} = \frac{y^6}{y^2} = y^{6-2} = y^4$
10. $\frac{8x^{-2}y^{-4}}{6x^{-5}y^2} = \frac{4x^{-2+5}y^{-4-2}}{3} = \frac{4x^3y^{-6}}{3} = \frac{4x^3}{3y^6}$
11. $(\frac{m^{-3}}{x^2x^{-2}})^{-2} = \frac{m^6}{(x^0)^{-2}} = m^6$

II. ENCONTRAR LOS PRODUCTOS INDICADOS.

1. $(5x-2)(2x+3)$	2. $(3x-1)^2$
3. $(x+2)(x+3)$	4. $(12x-3y)(6x-5y)$
5. $(5x-2)^3$	6. $(3x-2)(x+3)$
7. $(12x-3)(6x-7)$	8. $(2x-1)^2$

9. $(4x-3)^2$	10. $(4x-3)(4x+3)$
11. $(5x-2w)(5x+2w)$	12. $(6x-3)(6x+3)$

NOTACIÓN CIENTIFICA

Escribir y trabajar con números muy grandes o muy pequeños en notación decimal ordinario es, con frecuencia muy difícil, aún con calculadoras electrónicas manuales.

Muchas veces conviene representar los números de este tipo en NOTACIÓN CIENTÍFICA: es decir como producto de un número entre 1 y 10 y una potencia de 10.

Ejemplos

Fracción decimal	**Notación científica**
7	$7\ X\ 10^0$
67	$6.7\ X\ 10^1$
580	$5.8\ X\ 10^2$
43000	$4.3 X\ 10^4$
$73,000,000$	$7.3\ 4\quad X\quad 10^7$
0.5	$0.5\ X\ 10^{-1}$
0.45	$4.5\ X\ 10^{-1}$
0.0032	$3.2\ X\ 10^{-3}$
0.000045	$4.5\ X\ 10^{-5}$
0.000000391	$3.91\ X\ 10^{-7}$

Obsérvese que el exponente de 10 corresponde al número de lugares que se mueve el punto decimal para formar un número comprendido entre 1 y 10 .

El exponente es positivo si el punto decimal se mueve hacia la izquierda y negativo si el punto decimal se mueve hacia la derecha.

Los exponentes positivos están asociados con números mayores o iguales a 10; los exponentes negativos están asociados con números menores que 1.

III. Escriba cada número en notación científica.

1. 370	2. 47,300,000,000
3. 0.047	4. 0.000000089
5. 28, 000	6. 405,000
7. 0.0000000423	8. 0.000401
9. 3´030,000	10. 0.0000000000687
11. 40,3000	12. 0.00019

13. 0.0000495	14. 55´000,000

IV. Exprese en notación decimal.

1. 3.54×10^{3}	2. 4.104×10^{-2}
3. 2.06×10^{7}	4. 2.30×10^{-6}
5. 2.27×10^{-5}	6. 7.86×10^{2}

V. ENCUENTRE EL RESULTADO DE:

1. $(3.5\ X\ 10^{2})(5.00\ X\ 10^{3})$	2. $\frac{(6.0\ \mathrm{X}\ 10^{6})}{(5.00\ X10^{2})}$
3. $\frac{(8\ \mathrm{X}\ 10^{-3})}{(2\ X10^{-2})}$	4. $\frac{(8.0\ \mathrm{X}\ 10^{2})}{(4.0\ X10^{3})}$

VALORES DIVERSOS

$\frac{a}{a} = 1$	$a^{0} = 1$ cualquier número elevado a la 0 es 1
$a^{-1} = \frac{1}{a}$	$\frac{a}{0} = infinito \quad \infty$
$\frac{0}{a} = 0$	$\frac{0}{0} = indeterminado$
$\frac{a}{\infty} = 0$	$\sqrt{-1} = i \qquad imaginario$
$2n = numero\ par$	$2n \pm 1 = número\ impar$
Factorial de un número $n! = 1.2.3 \ldots\ n$	$\log(m.n) = \log m.logn$
$log\frac{m}{n} = logm - logn$	$logm^{n} = n.logm$
Binomio de newton	
$\boldsymbol{(a+b)^{n} = a^{n} + na^{n-1}b + \frac{n(n-1)}{1.2}n^{-2}b^{2} + \frac{n(n-1)(n-2)}{1.2.3}a^{n-3}b^{3} + \cdots nab^{n-1} + b^{n}}$	

A modo de resumen, se entrega el siguiente cuadro con Productos notables y la expresión algebraica que lo representa:

Producto notable		Expresión algebraica	Nombre
$(a + b)^2$	=	$a^2 + 2ab + b^2$	Binomio al cuadrado
$(a + b)^3$	=	$a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$	Binomio al cubo
$a^2 - b^2$	=	$(a + b)(a - b)$	Diferencia de cuadrados
$a^3 - b^3$	=	$(a - b)(a^2 + b^2 + ab)$	Diferencia de cubos
$a^3 + b^3$	=	$(a + b)(a^2 + b^2 - ab)$	Suma de cubos
$a^4 - b^4$	=	$(a + b)(a - b)(a^2 + b^2)$	Diferencia cuarta
$(a + b + c)^2$	=	$a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc$	Trinomio al cuadrado

Binomio al cuadrado

Un binomio elevado al cuadrado es igual al cuadrado del primer término más el doble del producto del primer término por el segundo más el cuadrado del segundo término

$$(a + b)^2 = (a)^2 + 2(a)(b) + (b)^2$$

$(x + 3)^2 = x^2 + 2(x)(3) + (3)^2 = x^2 + 6x + 9$

$(2x - 3)^2 = (2x)^2 + 2(2x)(-3) + (-3)^2 = 4x^2 - 12x + 9$

El producto de la Suma por la diferencia (binomios conjugados)

El producto de dos binomios conjugados es igual al cuadrado del primer término menos el cuadrado del segundo término

$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$$

Es la diferencia de cuadrados

$(2x + 5)(2x - 5) = (2x)^2 - (5)^2 = 4x^2 - 25$

Binomio al cubo

Un binomio elevado al cubo es igual al cubo del primer término mas el triple del producto del cuadrado del primer término por el segundo término mas el triple del producto del primer término por el cuadrado del segundo términomas el cubo del segundo término

$$(a + b)^3 = (a)^3 + 3(a)^2 (b) + 3 (a)(b)^2 + (b)^3$$

$(x + 3)^3 = (x)^3 + 3(x)^2 (3) + (3)(x)(3)^2 + (3)^3 =$

$= x^3 + 9 x^2 + 27 x + 27$

$(2x - 3)^3 = (2x)^3 + 3 (2x)^{2(-}3) + 3(2x)(- 3)^2 + (- 3)^3$

$= 8x^3 - 36 x^2 + 54 x - 27$

Trinomio al cuadrado

Un trinomio elevado al cuadrado es igual al cuadrado del primer término más el cuadrado del segundo término más el cuadrado del tercer término más el doble del producto del primer término por el segundo más el doble del producto del primer término por el tercer término más el doble del producto del segundo término por el tercer termino

$$(a + b + c)^2 = (a)^2 + (b)^2 + (c)^2 + 2(a)(b) + 2(a)(c) + 2(b)(c)$$

$(x^2 - x + 1)^2 = (x^2)^2 + (-x)^2 + (1)^2 + 2(x^2)(-x) + 2(x^2)(1) +$

$2(-x)(1) = = x^4 + x^2 + 1 - 2x^3 + 2x^2 - 2x = x^4 - 2x^3 + 3x^2 - 2x + 1$

Suma de cubos

$a^3 + b^3 = (a + b) \cdot (a^2 - ab + b^2)$

$8x^3 + 27 = (2x + 3)(4x^2 - 6x + 9)$

Diferencia de cubos

$a^3 - b^3 = (a - b) \cdot (a^2 + ab + b^2)$

$8x^3 - 27 = (2x - 3)(4x^2 + 6x + 9)$

Ejercicios resueltos de productos notables

I Desarrolla los binomios al cuadrado.

1) $(x + 5)^2 = (x)^2 + 2(x)(5) + (5)^2 = x^2 + 10x + 25$

2) $(2x + 5)^2 = (2x)^2 + 2(2x)(5) + (5)^2 = 4x^2 + 20x + 25$

3) $(2x - 5)^2 = (2x)^2 + 2(2x)(-5) + (-5)^2 = 4x^2 - 20x + 25$

4) $\left(x^2 - \frac{1}{2}x\right)^2 =$

II Desarrolla los binomios al cubo.

1) $(2x - 3)^3 = (2x)^3 + 3(2x)^2(-3) + 3(2x)(-3)^2 + (-3)^3 = 8x^3 - 36x^2 + 54x - 27$

2) $(x + 2)^3 = (x)^3 + 3(x)^2(2) + 3(x)(2)^2 + (2)^3 = x^3 + 6x^2 + 12x + 8$

3) $(3x - 2)^3 = (3x)^3 + 3(3x)^2(-2) + 3(3x)(-2)^2 + (-2)^3 = 27x^3 - 54x^2 + 36x - 8$

4) $(2x + 5)^3 = (2x)^3 + 3(2x)^2(5) + 3(2x)(5)^2 + (5)^3 = 8x^3 + 60x^2 + 150x + 125$

III desarrolla las sumas por diferencias

1) $(3x - 2) \cdot (3x + 2) = (3x)^2 - (2)^2 = 9x^2 - 4$

2) $(x + 5) \cdot (x - 5) = (x)^2 - 25$

3) $(3x - 2) \cdot (3x + 2) = (3x)^2 - (2)^2 = 9x^4 - 4$

4) $(3x + 5) \cdot (3x - 5) = (3x)^2 - (5)^2 = 9x^2 - 25$