TEORÍA DE CONJUNTOS.

La teoría de conjuntos es un sistema matemático y un lenguaje específico para el manejo de ciertos problemas. Al igual que otros sistemas matemáticos, como el álgebra y la geometría, consiste en un conjunto de conceptos básicos, definiciones, operaciones, propiedades y teoremas.

Todas las ramas de las matemáticas utilizan estos conceptos básicos. En aritmética se consideran los conjuntos de números y las operaciones efectuadas con ellos; la geometría trabaja con conjuntos de puntos que definen diversas figuras y relaciones funcionales; el muestreo maneja subconjuntos de poblaciones concretas, etc.

Las ideas básicas sobre conjuntos las desarrollaron Georg Cantor (1845-1918) y George Boole (1815-1864).

Se puede definir que un conjunto es una colección bién determinada de objetos o elementos de cualquier índole (números, libros, empresas, personas, resultados de experimentos, cuentas financieras, etc.), con o sin relación entre ellos. Por ejemplo:
El conjunto de los meses del año
El conjunto de los números impares positivos enteros

Si un objeto pertenece al conjunto considerado, se dice que es un miembro o un elemento de este conjunto.
Por ejemplo el número 21 es un elemento del conjunto de los números impares positivos enteros.

Las letras mayúsculas A, B, C ,.........., se utilizan para expresar los conjuntos y las letras minúsculas
a, b, c, ... para denotar los elemento de dichos conjuntos.

Se puede escribir que a es un elemento de A; que el conjunto B tiene como elementos a b, b´ y b ´´ , o que los elementos a, b, c, d pertenecen al conjunto E.

NOTA : si el conjunto A tiene un solo elemento a, no se podrá escribir que a = A porque a solamente representa un elemento y A representa un conjunto.

REQUISITOS ESENCIALES

Para que exista un conjunto es necesario que se cumplan los siguientes requisitos:

a).- La colección de objetos debe estar bien definida. Si para un objeto cualesquiera nos preguntáramos : ¿ Pertenece al conjunto?, la respuesta debe ser clara y segura: Sí o no.

b).- Ningún objeto del conjunto se debe contar más de una vez. En general, estos elementos deben ser distintos, y y si uno de ellos se repite debe contarse una sola vez.

c).- El orden en que se enumeran los objetos carece de importancia . El conjunto de las letras a, b, c, es idéntico al conjunto c, b, a,

La siguiente expresión representa un conjunto C.

C = { jugadores del equipo de fútbol Campeón }

Y el signo igual se lee como ¨ es el ¨, las llaves significan conjunto formado por los ¨ y lo que queda dentro de ellas constituye la descripción del conjunto, o de sus elementos.

Existen 2 métodos para especificar un conjunto:

1).- EL MÉTODO POR ENUMERACIÓN O EXTENSIÓN. Se enumeran todos los elementos, separándolos mediante comas y se encierran entre corchetes o llaves.

EJEMPLO. A = { x, y, z, } significa que el conjunto A tiene como elemento a x, y, y z .
E = { 1, 2, 3 , 4, 5, 6, 7, 8, 8, 9, 10 } se puede escribir E = { 1, 2, 3, ..., 10 }

2).- EL MÉTODO POR DESCRIPCIÓN O COMPRENSIÓN. Se define al conjunto por una frase descriptiva entre corchetes, conviniendo en que solo los objetos que satisfacen la descripción son elementos del conjunto.
EJEMPLO 1. E = { x | x es una vocal del alfabeto latino } , lo c ual se lee :
E es el conjunto de todos los elemento x tal que x representa una vocal del alfabeto latino.

La determinación de E por el método de enumeración sería:

E = { a, e, i, o, u }

EJEMPLO 2.- E = { x | x es un número comprendido entre 1 y 5 } .
Determinándolo por el método de enumeración, sería:

E = { 2, 3, 4 }

NOTA: Si el conjunto A tiene como único elemento a a , se escribe:

A = { a }

EJEMPLO 3. Método de enumeración O = {1, 3, 5, 7, 9 }

Expresado por el Método por comprensión, sería O = { X | X es un entero impar positivo menor que 10 },

Otro ejemplo sería la especificación del conjunto formado por todos los enteros positivos, el conjunto se puede especificar describiendo una propiedad como

I = { X | X es un entero positivo }

Los conjuntos finitos son aquellos que contienen un número definido de elementos . es decir, tiene un primer número y un último número.

El conjunto O es un conjunto finito,

Los conjuntos infinitos son aquellos que contienen un número ilimitado de elementos.

El conjunto I es infinito

La relación que existe entre un conjunto y sus elementos es la relación de **pertenencia**, que se simboliza con la letra griega epsilón ε

Si x es un elemento del conjunto E, escribimos: $x \in E$, lo que se lee: ¨el elemento x pertenece al conjunto E¨o ¨ x es elemento de E¨.

De la misma manera , si x no es un elemento del conjunto E, escribimos $x \notin E$

EJEMPLOS:

1. Si $E = \{x \mid x$ es un entero natural par $\}$, $2 \in E$, $3 \notin E$, $-7 \notin E$, $24 \in E$

2. si $E = \{ x \mid x$ es un país de América del Norte $\}$; los siguientes paises; México, Canada, Estados Unidos de América, pertenecen al conjunto E.

Y esta pertenencia la representamos por: México $\in E$

En cambio los siguientes paises: Chile, Hungría no pertenecen al conjunto E.

Y esto se puede representar por: Chile $\notin E$

CONJUNTO UNIVERSAL.

Llamaremos conjunto universal a aquel que contiene por lo menos todos los elementos en los cuales estamos interesados. Y se expresa por Ω , U , S

Hay dos circunstancias que se deben tener en cuenta cuando se trata de elegir el conjunto universal:

1).- El conjunto universal no es único; depende del problema que se está considerando y puede cambiar según la situación particular de que se trate.

2).- Aún para un mismo problema el conjunto universal no esta definido en forma única, podemos elegirlo a nuestra conveniencia con relativa libertad.

Ejemplo: Si los conjuntos a considerar son los Urólogos, Dermatólogos, pediatras y cirujanos. El universo mas adecuado es el conjunto de los médicos .

Ejemplo: Si el conjunto de alumnos con calificación promedio de 8 o mas puntos.

El conjunto universal puede ser según el estudio o situación que se esté considerando.

a).- Los alum nos del grupo 106
b).- El conjunto de alumnos de ésta universidad.
C).- El conjunto de todos los alumnos de escuelas de esta ciudad.

CONJUNTO VACIO O NULO.

Es un conjunto que no posee elementos. Y se representa por ϕ , { } . Este conjunto es único.

Ejemplos:

1. $A = \{x \mid x$ es una persona de 200 años $\}$

2. B = { y | y es un océano de agua dulce }

3. C = { x | x es un ser viviente con 6 narices }

4. D = { x | x es un burro con alas }

ϕ es distinto de 0 y de { 0 }

El conjunto vacío se considera subconjunto de todo conjunto

a).- ϕ es un conjunto sin elementos
b).- { 0 } es un conjunto con un solo elemento, el número 0
c).- 0 es un número y no un conjunto.

Número de elementos de un conjunto

Para cada c onjunto A indicamos con el símbolo n(A) al número de elementos de ese conjunto:

1).- A = { a, b, c } ; n (A) = ({ a, b, c }) = 3
2).- para B = { 2, 4, 6, 8, 10 } ; n (B) = ({ 2, 4, 6, 8, 10 }) = 5
3).- ϕ = { } ; n (ϕ) = ({ ϕ }) = 0

Conjuntos disjuntos.

Dos conjuntos A y B son disjuntos si y solo si no tienen ningún elemento en común.

Ejemplo:

1. Si A = { 1, 2, 3, 4, 5 } , B = { 4, 5, 6, 7 } y C = { 8, 9 , 10 } A y B no son disjuntos porque ambos tienen los elementos 4 y 5; al contrario, A y C son dos conjuntos disjuntos puesto que ningún elemento de A pertenece a C y recíprocamente.

Relaciones entre conjuntos

Igualdad y desigualdad

Se dice que dos conjuntos A y B son iguales, y se escribe A = B, *si y solo si* poseen exactamente los mismos elementos. Si un conjunto posee un elemento que no pertenece al otro, ambos son distintos, es decir que $A \neq B$

A = B implica que cada elemento de A es también un elemento de B, y que cada elemento de B es un elemento de A. Por ello, dos conjuntos iguales son idénticos.

En símbolos:

A = B si y solo si

Para todo $a \varepsilon A \rightarrow a \varepsilon B$ y

para todo $b \varepsilon B \rightarrow b \varepsilon A$

$A \neq B$ si y solo si

Existe un objeto x tal que $x \varepsilon B$ y $x \notin A$, ó

Existe un objeto z tal que $z \varepsilon A$ y $z \notin B$

Ejemplos:
1. Si A = { a, b, c, d } y B = { c, a, d, b }, A = B porque cualquier elemento de A es elemento de B y recíprocamente, ya que el órden de los elementos no importa.
2. Los conjuntos E = { 3, 5, 7, 9 } y F = { x | x es un impar comprendido entre 2 y 10 } son iguales.
3. A = { 1, 2, 3, 4 }; B = { 2, 3, 4 } y C = { 1, 2, 3, 5 }, se tiene que $A \neq B$, $A \neq C$, $B \neq C$

Inclusión. Subconjuntos

Para dos conjuntos cualesquiera A y B se dice que A es un subconjunto de B, y se simboliza por $A \subset B$, si cada elemento de A es también un elemento de B .

En símbolos:

$$A \subset B \longleftrightarrow \quad a \varepsilon A \longrightarrow a \varepsilon B$$

Si el conjunto A no es subconjunto de B, existe al menos un elemento de A que no pertenece a B. Y se indica por $A \not\subset B$, y se debe a que existe $a \varepsilon A$ y $a \notin B$

Si A = B implica que $A \subset B$ y que $B \subset A$

Por convención, se acepta que el conjunto vacío es un subconjunto de cualquier otro conjunto. En símbolos: para cualquier conjunto B, $\phi \subset B$

El número de subconjuntos de un conjunto A . Se expresa con la notación $n_s(A)$

Y se calcula mediante la expresión $n_s(A) = 2^k$, donde k representa el número de elementos de un determinado conjunto en este caso del conjunto A .

Por ejemplo: sea el conjunto A = { a, b, c } el número de subconjuntos de A será calculado de la siguiente manera n(A) = n ({ a, b, c}) = 3

$n_s(A) = 2^3 = 8$

{ a,b }, { a, c }, { b, c}, {a }, { b }, { c }, {a, b, c }, { }.

Esto es si un conjunto contiene K elementos, se pueden formar 2^k subconjuntos distintos de ese conjunto.

Al conjunto de subconjuntos. se le llama Conjunto potencia.

Y se le simboliza como 2^A o por p (A) , y se le especifica por comprensión mediante la expresión:

$2^A = \{ x \mid x \subset A \}$

Ejemplo:

1.- Sea el conjunto A = { a, b, c }.

Formamos tres subconjuntos de un elemento { a }, {b }, { c }

Tres subconjuntos de dos elementos: { a,b }, { a, c}, { b, c }.

Un subconjunto de tres elementos: { a, b, c }.

Y finalmente el conjunto vacío ϕ

Con estos subconjuntos del conjunto A formamos el ¨ conjunto potencia de A ¨, como sigue:

$2^A = \{ \phi, \{ a \}, \{b \}, \{ c \}, \{ a,b \}, \{ a, c\}, \{ b, c \}, \{ a, b, c \} \}$

Por lo tanto para calcular el número de elemento o subconjuntos que tiene el conjunto potencia de un determinado conjunto A se determina haciendo uso de la expresión:

$n (2^A) = 2^{n(A)}$

n = número de elemento o subconjuntos del conjunto potencia de A

n(A) = número de elementos del conjunto A .

Por ejemplo:

Sea el conjunto B = { 1, 3, 6, 9 }
Formamos tres subconjuntos de un elemento { 1 }, { 3 }, { 6 }, { 9 }

seis subconjuntos de dos elementos: { 1, 3 }, { 1, 6}, { 1, 9 }, { 3, 6 }, { 3, 9}, { 6, 9 }.

Cuatro subconjuntos de tres elementos: { 1, 3, 6 }, { 1, 3, 9}, { 1, 6, 9 }, { 3, 6, 9 }.

Un subconjunto de tres elementos: { 1, 3, 6 , 9}.

Y finalmente el conjunto vacío ϕ.

Con los subconjuntos del conjunto B formamos el Conjunto potencia de B, como sigue:

$2^B = \{ \phi, \{ 1 \}, \{ 3 \}, \{ 6 \}, \{ 9 \}, \{ 1, 3 \}, \{ 1, 6\}, \{ 1, 9 \}, \{ 3, 6 \}, \{ 3, 9\}, \{ 6, 9 \},$
$\{ 1, 3, 6 \}, \{ 1, 3, 9\}, \{ 1, 6, 9 \}, \{ 3, 6, 9 \}, \{ 1, 3, 6 , 9\} \}$.

Cada subconjunto de B es un elemento de 2^B . se observa que n(B) = 4 , $n_s (B) = n (2^B)=$

$2^{n(B)} = 2^4 = 16$. por lo tanto el conjunto potencia de B está formado por 16 elementos o 16 subconjuntos .

OPERACIONES ENTRE CONJUNTOS.

Las operaciones son formas específicas de combinar conjuntos para formar otros conjuntos .

En particular, se tratan las operaciones de complementación, intersección, unión y diferencia.

COMPLEMENTACIÓN.

Sea B un subconjunto cualesquiera del conjunto universal. El complemento de B con respecto a Ω se define como el conjunto de elementos de Ω que no pertenecen a B.

Se simboliza al complemento de B como B´

Y se especifica por comprensión mediante la expresión simbólica :

$B' = \{ x \mid x \in \Omega \text{ y } x \notin B \}$

Esta expresión se lee así: ¨ Complemento de B es el conjunto de elementos x que pertenecen a Ω pero no pertenecen a B¨

Ejemplo: sea el conjunto universal $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ y los subconjuntos

$A = \{1, 3, 5, 7\}$, $B = \{2, 4\}$ $C = \{1, 2, 3\}$

Especifique por extensión los conjuntos A' , B' , C' ϕ' y Ω'

Respuestas:

$A' = \{2, 4, 6\}$ $B' = \{1, 3, 5, 6, 7\}$ $C' = \{4, 5, 6, 7\}$ $\phi' = \{x \mid x \notin \phi\} = \{x \mid x \in \Omega\}$

$= \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\} = \Omega$

Propiedades de la complementación

a).- El complemento del conjunto universal Ω es el conjunto vacío ϕ .

Recíprocamente, el complemento del conjunto vacío es el conjunto universal.

En símbolos:

$$\Omega' = \phi \quad \text{y} \quad \phi' = \Omega$$

b).- ¿Cuál es el complemento del complemento de un conjunto?

$(A')' = \{x \mid x \notin A'\} = \{x \mid x \in A\} = A$

INTERSECCIÓN

Sean A y B dos conjuntos cualesquiera del conjunto universal Ω.

La intersección de los conjuntos A y B, es el conjunto de los elementos de Ω que son miembros tanto de A como de B. Es el conjunto formado por los elementos comunes a ambos conjuntos.

La intersección se simboliza por $A \cap B$ (A intersección B) y se especifica por comprensión como sigue:

$A \cap B = \{ x \in \Omega \mid x \in A \text{ y } x \in B \} = \{ x \mid x \in A, \ x \in B \}$

Esta expresión se lee así: ¨A intersección B, es el conjunto de elementos de Ω que pertenecen a A y a B¨

Ejemplo. Sea $\Omega = \{ a, b, c, d, e, f, g \}$ y sus subconjuntos $P = \{ a, c, d, e, \}$ y $Q = \{ a, b, f \}$.

Especifique por extensión los conjuntos $P \cap Q$ y $P' \cap Q$

Solución:

$P \cap Q = \{ a \}$; $P' = \{ b. f, g \}$ $P' \cap Q = \{ b, f \}$.

Propiedades de la intersección.

1.- $A \cap B = B \cap A$. La operación de intersección es conmutativa.

2.- La intersección de dos conjuntos da lugar a dos posibilidades distinta:

a).- El conjunto intersección no es vacío, al menos hay un elemento común a ambos conjuntos A y B.

$A \cap B \neq \phi$

b).- Los conjuntos A y B no tienen elementos en común; son disjuntos.

$A \cap B = \phi$

3).- Para cualquier subconjunto A de Ω se cumple

$$A \cap \phi = \phi$$

4).- Para cualquier subconjunto A de Ω

$$A \cap \Omega = A$$

5).- Para cualquier conjunto A se cumple

$$A \cap A = A$$

6).- Para cualquier A : $A \cap A' = \phi$

7).- $A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C = A \cap B \cap C$ La operación de intersección es asociativa.

8).- Sean A, B y C subconjuntos cualesquiera del conjunto universal. Si C esta contenido tanto en A como en B, también esta contenido en la intersección $A \cap B$.

$$C \subset A \cap B \Leftrightarrow C \subset A \text{ y } C \subset B$$

9).- Sean A y B dos subconjuntos cualesquiera del conjunto universal. El conjunto $A \cap B$ esta incluido tanto en A como en B:

$$A \cap B \subset A \quad \text{y} \quad A \cap B \subset B$$

10).- Sean A y B dos subconjuntos del conjunto universal. Si A es subconjunto de B , el conjunto intersección $A \cap B = A$.

$$A \subset B \Leftrightarrow A \cap B = A.$$

UNIÓN.

Sean A y B dos subconjuntos cualesquiera del conjunto universal . La unión de los c onjuntos A y B es el conjunto de los elementos del conjunto universal que pertenecen por lo menos a uno de los conjuntos A ó B .

En símbolos:
$A \cup B = \{ x \in \Omega \mid x \in A \text{ ó } x \in B \} = \{ x \mid x \in A \text{ ó } x \in B \}$
Ejemplo: Sea el conjunto universal Ω = { las letras del abecedario }, A = { a, e, i, o, u }
B = { a, b, c } : determine los elementos del conjunto $A \cup B$

Solución: $A \cup B$ = { a, b, c, e i, o, u }

Propiedades de la unión.

1.- $A \cup B = B \cup A$ La operación de la unión de conjuntos es conmutativa.

2.- Sea A un subconjunto cualesquiera del conjunto universal . La unión de A y ϕ es igual al conjunto A :

$$A \cup \phi = A$$

3.- .- Sea A un subconjunto cualesquiera del conjunto universal . La unión de A y el conjunto universal Ω es igual al conjunto universal Ω :

$$A \cup \Omega = \Omega$$

4.- Para cualquier conjunto A se cumple que:

$$A \cup A = A$$

5.- La unión de un conjunto A y de su complemento A´ es el conjunto universal.

$A \cup A' = \Omega$

6.- si la unión de dos conjuntos es vacía, ambos conjuntos deben serlo:

$A \cup B = \phi$ para que esto ocurra el conjunto A y el conjunto B deben ser $= \phi$

7.- $A \cup B \cup C = A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$ la operación de unión es asociativa

DIFERENCIA DE CONJUNTOS

Sean A y B dos subconjuntos cualesquiera del conjunto universal. La diferencia de dos conjuntos A y B es el conjunto de elementos que pertenecen a A pero no a B .

El conjunto diferencia se representa por A - B y se especifica por comprensión por:

$A - B = \{ x \mid x \in A \text{ y } x \notin B \}$.

Ejemplo: Sea $A = \{ a, e, i, o, u \}$ y $B = \{ a, b, c, d, e, u \}$ calcular el conjunto A - B

Solución. Hay dos elementos de A que no pertenecen a B (estos son i, o), por lo tanto

$A – B = \{ i, o \}$

Propiedades de la diferencia.

1.- la operación de diferencia de conjuntos no es conmutativa. Es decir, $A – B \neq B - A$

2.- $A - B \subset A$ Y $B - A \subset B$

3.- Si A es un subconjunto de B, no hay elementos de A que no estén en B , por lo tanto el conjunto A – B carece de elementos . en símbolos :

si $A \subset B \Rightarrow A - B = \phi$

4.- La intersección de dos cualquiera de los siguientes conjuntos $(A – B)$, $(B - A)$ y $(A \cap B)$

es vacía.

En símbolos:

$$(A – B) \cap (A \cap B) = \phi$$

$$(A – B) \cap (B - A) = \phi$$

$$(B – A) \cap (A \cap B) = \phi$$

*** La $A \cup B = (A – B) \cup (B - A) \cup (A \cap B)$

A continuación se presenta un cuadro donde se muestran las propiedades mas importantes a las que obedecen las operaciones entre conjuntos. Todas ellas se derivan de las definiciones de conjunto universal y conjunto vacío, de las operaciones de complementación, intersección y unión, y de la relación de igualdad de conjuntos.

I).- de identidad :

1 a .- $A \cup \phi = A$
1 b.- $A \cap \phi = A$
2 a.- $A \cup \Omega = \Omega$
2 b.- $A \cap \phi = \phi$

II).- de idempotencia :

3 a.- $A \cup A = A$
3 b.- $A \cap A = A$

III).- de complementación:

4 a.- $A \cup A' = \Omega$
4 b.- $A \cap A' = \phi$
5.- $(A')' = A$

IV).- de conmutatividad:

6 a.- $A \cup B = B \cup A$
6 b.- $A \cap B = B \cap A$

V).- de asociatividad:

7 a.- $A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$
7 b.- $A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$

VI).- de distributividad:

8 a.- $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$
8 b.- $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$

VII).- de ¨de Morgan¨

9 a.- $(A \cup B)' = A' \cap B'$
9 b.- $(A \cap B)' = A' \cup B'$

Estas propiedades caracterizan un sistema matemático que se llama ¨Álgebra de conjuntos¨.

CONJUNTO DE NUMEROS .

Los números naturales

El conjunto de los ***números naturales*** conocidos también como números para contar representados por N esta definido por todos los enteros positivos sin incluir el cero, expresado por :

N = { 1, 2, 3, 4, ...}

Los números naturales aumentados.

Estan representados por el conjunto de los números naturales incluyendo el cero y lo simbolizamos como:

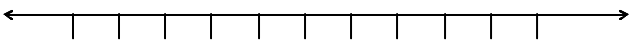
W = { 0, 1, 2, 3, ... }

Observe que cada número natural es también un numero natural aumentado, pero no todos los naturales aumentados, son simplemente naturales.

Los números enteros . expresados por .

Z = { ...., -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, ...}

Podemos representar a los enteros en una recta numérica localizando a los números naturales aumentados y a sus opuestos. Por ejemplo, el opuesto de 3 está ubicado a 3 unidades a la izquierda del 0 en la recta numérica y se lee –3 (menos 3) . El opuesto de 2 es –2 , el de 1 es –1, y el simétrico de 0 es 0



-5 -4 -3 -2 -1 0 1 2 3 4 5

Obsérvese que los enteros positivos se localizan a la derecha del cero, en tanto que los enteros negativos se localizan a la izquierda del 0. el número 0 es entero pero no se considera positivo ni negativo.

Números racionales.

Un número racional es aquél que se puede escribir en la forma $\frac{a}{b}$, en donde a y b son enteros, con b $\neq$ 0.

Cada entero es un número racional porque se puede escribir como el cociente de enteros, por ejemplo 5 = $\frac{5}{1}$, sin embargo no todos los números racionales son enteros. Por ejemplo, $\frac{2}{3} y \frac{-3}{4}$ son ejemplos de números racionales (fracciones) que no corresponden a enteros.

Todo número racional se puede escribir en forma decimal. A veces el resultado es un decimal exacto. Como:

$\frac{3}{4} = 0.75$ $\frac{7}{8} = 0.875$ $\frac{23}{10} = 2.3$

otros números racionales producen un decimal periódico.

$\frac{2}{3} = 0.666\ldots$ $\qquad$ $\frac{19}{22} = 0.86363\ldots$ $\qquad$ $\frac{3}{7} = 0.428571428571\ldots$

habitualmente, se coloca una barra encima del conjunto de dígitos que se repiten, de modo que los ejemplos anteriores se pueden escribir:

$\frac{2}{3} = 0.\overline{6}$ $\qquad$ $\frac{19}{22} = 0.8\overline{63}$ $\qquad$ $\frac{3}{7} = 0.\overline{428571}$

Números irracionales.

Son aquellos números que no se pueden representar como el cociente de dos enteros, y su parte decimal no es periódica ni exacta sino que por el contrario continúa interminablemente sin repetición, el valor de Π , $\sqrt{2}$, $\sqrt{5}$, $\sqrt{12}$, $\sqrt[3]{4}$ son algunos de los ejemplos de números irracionales
Cuando se combina el conjunto de los números racionales con los números irracionales, se obtiene el conjunto de los números reales

Cada número real se puede representar por medio de un decimal. Si el decimal resulta exacto o periódico , el **número es racional**, en caso contrario, se trata de un **número irracional**.

Las relaciones entre los conjuntos de números que se han presentado se puede ilustrar por medio del siguiente diagrama:

Números complejos

Números reales $\qquad$ ***Números imaginarios***

Números racionales $\qquad$ ***Números irracionales***

Enteros $\qquad$ ***Números racionales (fraccionarios)***

Naturales Aumentados

Números Naturales

Los números complejos. Son aquellos números que está formados por un número real y un número imaginaria y tienen la forma C ={ a + b i | a y b pertenecen a los reales , i = - 1 }

PROBLEMAS

I.- Si A = { 1, 2, 3, 4, 5 } , B = { 2, 3, 4 }, y C = { 2, 4, 5 }

1.- ¿ cuáles de las siguientes proposiciones son verdaderas?

(a) $A \subset B$ (b) $A \subset C$ (c) $B \subset A$ (d) $B \subset C$ (e) $C \subset A$

(f) $C \subset B$ (g) $C \subset C$ (h) $\phi \subset B$ (i) $B = C$

2.- ¿ Cuál es el conjunto cuyos elementos están en B y C ?
3.- ¿ Cuál es el conjunto cuyos elementos están en B y { 1, 5 } ?
4.- ¿ Cuál es el conjunto cuyos elementos están en C y { 1, 5 } ?

II.- Enumérense los subconjuntos del conjunto { a, b }.

III.- Enumérense los subconjuntos del conjunto { a, b, c }.

IV.- Si W = { 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 } es el sistema de los dígitos de nuestro sistema digital y

A = { 0, 1, 2, 3, 4, 5} B = { 2, 3, 4, 5 } C = { 4, 5, 6, 7 } D = { 6, 7, 8, 9 }

Determínese los elementos de los conjuntos siguientes:
(a) $A \cup B$ (b) $B \cup C$ (c) $C \cap D$ (d) $D \cup A$

(e) $B \cap D$ (f) $B \cap C$ (g) $A \cup \phi$ (h) $B \cap \phi$

(i) $C \cup \Omega$ (j) $C \cap \Omega$ (k) B' (l) C'

(m) $(A \cup B)'$ (n) $(B \cap D)'$ (ñ) $(\Omega \cup \phi)'$

V.- Si W = { 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, } el universo y sean los subconjuntos

X = { 1, 2, 3, 4, 5} Y = { 1, 2, 3 } Z = { 4, 6, 8 }

Determínese los elementos de los conjuntos siguientes:

(a) $X \cup Y$ (b) $Y \cup Z$ (c) $Z \cup X$ (d) $X \cap Y$

(e) $Y \cap Z$ (f) $Z \cap X$ (g) X' (h) Y'

(i) Z' (j) $(X \cup Y)'$ (k) $(Y \cap Z)'$ (l) $X' \cup Y$

(m) $X' \cap Y'$

VI.- Haga la lista de los elementos d e cada uno de los siguientes conjuntos:

1) El conjunto de los números naturales menores que 3.
2) El conjunto de los números naturales aumentados menores que 5.
3) El conjunto de los números naturales aumentados mayores que 10.
4) El conjunto de los números naturales aumentados entre 1 y 10.
5) El conjunto de los enteros entre –3 y 4.
6) El conjunto de los enteros negativos mayores que –5.
7) El conjunto de los enteros menores que 2.
8) El conjunto de los números naturales entre 5 y el 6.
9) El conjunto de los números enteros negativos mayores que –3.

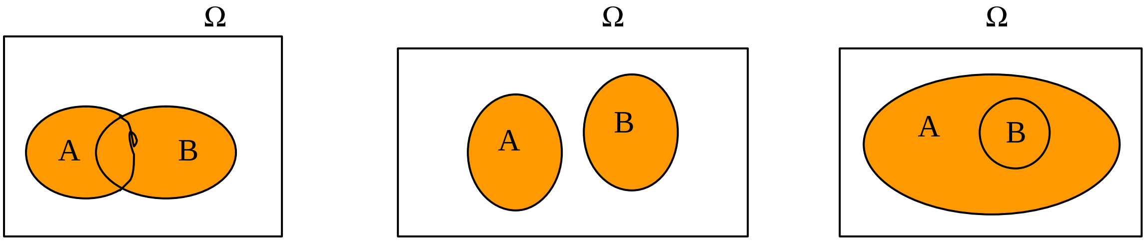
DIAGRAMAS DE VENN

Son representaciones gráficas que nos permiten visualizar las relaciones y operaciones (unión, intersección, complementación) entre conjuntos.

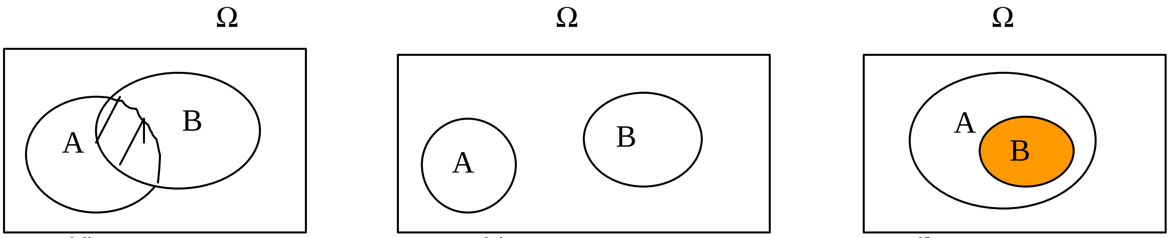
El procedimiento usual consiste en dibujar rectángulos, círculos u otras figuras geométricas .

En un diagrama de Venn, el conjunto de puntos interiores de un rectángulo se toma como el conjunto universal, los subconjuntos del conjunto universal se representan por los puntos interiores de círculos (u otras regiones cerradas) trazadas dentro del rectángulo.

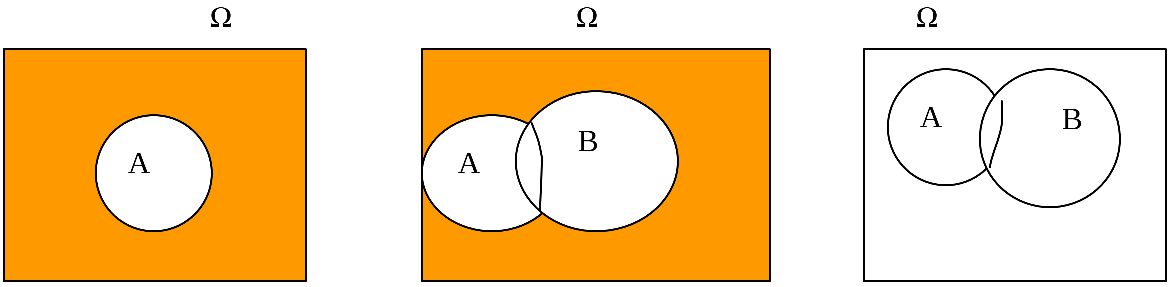
En cada uno de los siguientes ejemplos, el área rayada (o achurada) es el conjunto indicado debajo de cada uno de ellos . Este tipo de representación de un conjunto recibe el nombre de ***Diagrama de Venn***



(a) $A \cup B$ (b) $A \cup B$ (c) $A \cup B$



(d) $A \cap B$ (e) $A \cap B = \phi$ (f) $A \cap B$

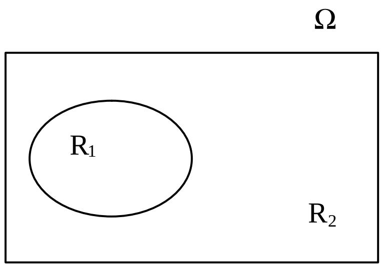


(g) A' (h) $(A \cup B)' = A' \cap B'$ (i) $(A \cap B)' = (A \cup B)'$

REGIONES EN LOS DIAGRAMAS.

En todo diagrama de Venn se pueden identificar varias regiones, que son útiles para reconocer relaciones de pertenencia, y combinaciones de las operaciones conocidas.

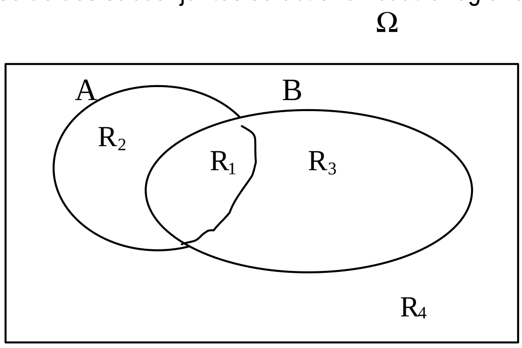
1).- En el diagrama siguiente, correspondiente al caso de un subconjunto del conjunto universal Ω , se aprecian dos regiones R_1 y R_2 , que corresponden precisamente a los conjuntos A y A´



Estas regiones se especifican por comprensión mediante las expresiones:

$$R_1 = \{ x \mid x \in A \} = A \qquad R_2 = \{ x \mid x \notin A' \} = A'$$

2).- Si consideramos el caso de dos subconjuntos se obtienen cuatro regiones R_1 , R_2, R_3 y R_4



que se especifican por comprensión mediante las expresiones:

$$R_1 = \{ x \mid x \in A \text{ y } x \in B \} = A \cap B$$
$$R_2 = \{ x \mid x \in A \text{ y } x \notin B \} = A - B$$
$$R_3 = \{ x \mid x \notin A \text{ y } x \in B \} = B - A$$
$$R_4 = \{ x \mid x \notin A \text{ y } x \notin B \} = (A \cup B)'$$

La utilidad de éstas regiones reside en el hecho de que cualquier conjunto expresado en términos de diversas operaciones aplicadas a los conjuntos A y B, pueden representarse por alguna combinación específica de regiones de un diagrama de Venn.

Por ejemplo:

Conjunto	Ω
Regiones	R_1 , R_2 , R_3 R_4

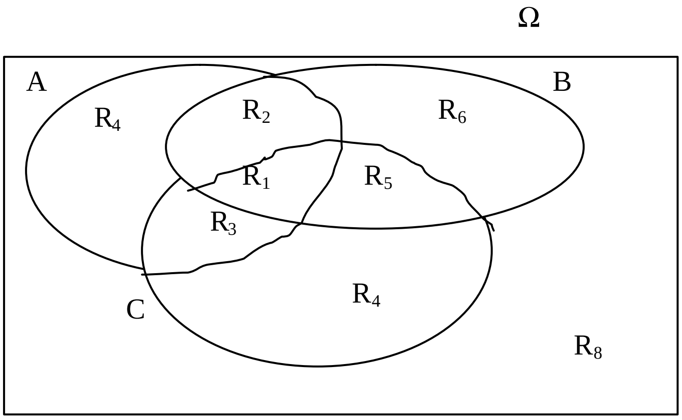
Conjunto	A	A´
Regiones	R_1 , R_2	R_3 R_4

Conjunto	B	B´
Regiones	R_1 , R_3	R_2 R_4

Conjunto	$A \cap B'$	$A' \cap B$
Regiones	R_2	R_3

Conjunto	$A \cap B$	$A \cup B$	$(A \cap B)'$	$(A \cup B)'$
Regiones	R_1	R_1 , R_2 , R_3	R_2 , R_3 , R_4	R_4

3).- En el caso de tres subconjuntos A, B, C del conjunto universal , se tiene el siguiente diagrama de Venn, con las regiones correspondientes:



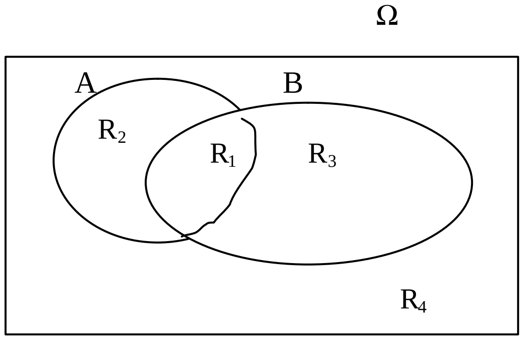
Han resultado ocho regiones distintas , que se especifican por extensión mediante las expresiones:

$$R_1 = \{ x \mid x \in A,\ x \in B,\ x \in B \} = A \cap B \cap C$$
$$R_2 = \{ x \mid x \in A,\ x \in B,\ x \notin C \} = A \cap B \cap C'$$
$$R_3 = \{ x \mid x \in A,\ x \notin B,\ x \in C \} = A \cap B' \cap C$$
$$R_4 = \{ x \mid x \in A,\ x \notin B,\ x \notin C \} = A \cap B' \cap C'$$
$$R_5 = \{ x \mid x \notin A,\ x \in B,\ x \in B \} = A' \cap B \cap C$$
$$R_6 = \{ x \mid x \notin A,\ x \in B,\ x \notin C \} = A' \cap B \cap C'$$
$$R_7 = \{ x \mid x \notin A,\ x \notin B,\ x \in C \} = A' \cap B' \cap C$$
$$R_8 = \{ x \mid x \notin A,\ x \notin B,\ x \notin C \} = A' \cap B' \cap C' = (A \cup B \cup C)'$$

Con el uso de éstos diagramas de Venn representadas por regiones se pueden demostrar algunas de las propiedades de las operaciones entre conjuntos, por ejemplo:

Demostrar que la propiedad $(A \cup B)' = A' \cap B'$

Para ello recurrimos a un diagrama de Venn para dos conjuntos, como éste:



$(A \cup B)'$

Conjunto	A	B	$A \cup B$	$(A \cup B)'$
Regiones	R_1 , R_2	R_1 , R_3	R_1 , R_2 , R_3	R_4

$A' \cap B'$

Conjunto	A	A´	B	B´	$A' \cap B'$
Regiones	R_1 , R_2	R_3 , R_4	R_1 , R_3 , R_4	R_2 , R_4	R_4

Como las fórmulas de los dos miembros corresponden a la misma región del diagrama de Venn, se comprueba la igualdad propuesta, y se demuestra la propiedad:

$(A \cup B)' = A' \cap B'$, conocida como Ley De Morgan

EJERCICIOS:

1.- Haciendo uso de los diagramas de Venn, demuéstrese la propiedad distributiva de la intersección respecto de la unión:

$$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$$

2.- En un diagrama de Venn para tres conjuntos A, B, C indique los números de las regiones que corresponden a las siguientes expresiones:

a).- $A \cap B' \cap C$ (b) $A \cap B \cap C'$ (c) $A' \cap B \cap C$ (d) $A \cap B \cap C$

(e) $A' \cap B' \cap C$ (f) $A' \cap B' \cap C'$ (g) $A' \cap B'$ (h) $B' \cap C'$

(i) $A' \cap C$ (j) $B \cap C'$ (k) $A \cap B' \cap C'$ (l) $A – B$

(m) $A \cap (B - C)$ (n) $(A \cup B) - C$ (ñ) $(A – C) \cup B$ (o) $(B – A) \cap C'$

NÚMERO DE ELEMENTOS DE LA UNIÓN DE CONJUNTOS:

El símbolo $n(A)$ se utilza para indicar el número de elementos de cualquier conjunto finito A. Nos interesa ahora utilizar el conocimiento del número de elementos de varios conjuntos, para determinar cuántos elementos forman la unión de esos conjuntos.

1) Consideremos dos conjuntos A y B. Existen dos casos posibles :

a).- Los conjuntos son disjuntos y

b).- Tienen elementos en común.

En el primer caso, el número de elementos de la unión es la suma de los elementos de A y de los elementos de B.

En símbolos: $n(A \cup B) = n(A) + n(B)$. Por otra parte , si los conjuntos no son disjuntos(existen elementos comunes a ambos) , el número de elementos de la unión es
$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$.

2) .- La fórmula puede ser generalizada para el caso de tres conjuntos , por un razonamiento parecido, que en este caso sería:

$$n(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(A \cap C) - n(B \cap C) + n(A \cap B \cap C)$$

Ejemplo: Sea los conjuntos $A = \{1, 2, 3\}$ $B = \{1, 3, 4\}$ y $C = \{2\}$.

Calcular el número de elementos de la unión $A \cup B \cup C$.

Solución : Usando la fórmula :

$$n(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(A \cap C) - n(B \cap C) + n(A \cap B \cap C)$$

tenemos que :

$n(A) = 3$ $n(B) = 3$ $n(C) = 1$ $n(A \cap B) = 2$ $n(A \cap C) = 1$ $n(B \cap C) = 0$ y

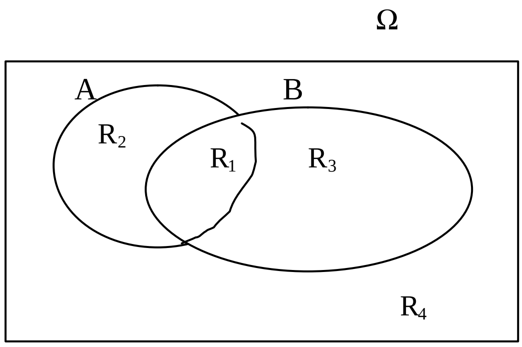
$n(A \cap B \cap C) = 0$ sustituyendo estos valores en la fórmula :

$$n(A \cup B \cup C) = 3 + 3 + 1 - 2 - 1 - 0 + 0 = 4.$$

Lo que se comprueba observando que $A \cup B \cup C = \{1, 2, 3, 4\}$

A continuación se presentan algunas de las fórmula de cómo podemos calcular el número de elementos que le pertenecen a cada una de las regiones en un diagrama de Venn :

1.- Para el caso de dos conjuntos A y B en donde en un diagrama de Venn aparecen cuatro regiones distintas



Solo A representa la Región R_2 y esta definida por el conjunto $A - B$ ó $A \cap B'$, entonces el número de elementos de ésta región se calcula de la siguiente manera:

$$R_2 = n(A - B) = n(A \cap B') = n(A) - n(A \cap B)$$

Solo B representa la Región R_3 y está definida por el conjunto $B - A$ ó $A' \cap B$, entonces el número de elementos de ésta región se calcula de la siguiente manera:

$$R_3 = n(B - A) = n(A' \cap B) = n(B) - n(A \cap B)$$

Ninguna de los dos representa la Región R_4 y está definida por el conjunto $(A \cup B)'$ ó $A' \cap B'$, entonces el número de elementos de ésta región se calcula de la siguiente manera:

$R_4 = n(A \cup B)' = n(A' \cap B') = n(\Omega) - n(A \cup B)$, como el

$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$, entonces, el número de elementos de la región

$$R_4 = n(A \cup B)' = n(A' \cap B') = n(\Omega) - n(A) - n(B) + n(A \cap B).$$

Los dos (tanto uno como el otro) representa la Región R_1 y está definida por el conjunto $A \cap B$.

Y el número de elemento de éste conjunto o de ésta región se calcula despejando el $n(A \cap B)$ en cualquiera de las tres anteriores fórmulas .

Por ejemplo:

Se llevó a cabo una investigación con 1000 personas para determinar que interés hay en conocer la noticia del día, se encontró que 400 personas ven las noticias en forma regular por TV, 300 personas regularmente escuchan las noticias por la radio y 275 personas; por lo regular se enteran de las noticias a través de ambos medios la TV y la Radio.

a).- ¿ Cuántos de los investigados ven la noticia solo por TV?.
b).- ¿ Cuántos de los investigados escuchan las noticias solo por radio?
c) .- ¿ Cuántos de los investigados no escuchan las noticias ni por radio ni por TV?
d).- Construya un diagrama de Venn que resuma los resultados de la investigación.

Solución:

Datos:
$n(\Omega) = 1000$ personas ,
$n(T) = 400$ personas
$n(R) = 300$ personas
$n(T \cap R) = 275$ personas

a) ***Solo por TV*** indica la región R_2 representado por el conjunto $T - R$ ó $T \cap R'$ y se calcula mediante la fórmula :

$$R_2 = n(T - R) = n(T \cap R') = n(T) - n(T \cap R)$$

$R_2 = 400 - 275 = 125$ personas ven solamente las noticias por Tv.

b).- ***Solo por la radio***, indica la región R_3 representado por el conjunto $R - T$ ó $T' \cap R$ y se calcula mediante la fórmula :

$$R_3 = n(T - R) = n(T \cap R') = n(R) - n(T \cap R)$$

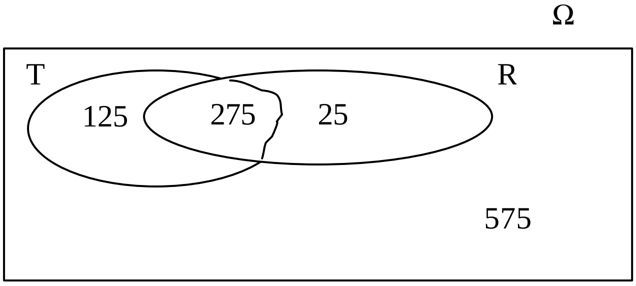
$R_3 = 300 - 275 = 25$ personas ven solamente las noticias por la radio .

c) .- ¿ Cuántos de los investigados no escuchan las noticias ***por ninguno de los dos medios de comunicación?*** Representa la región R_4 representado por el conjunto $(T \cup R)'$ ó $T' \cap R'$ y se calcula mediante la fórmula :

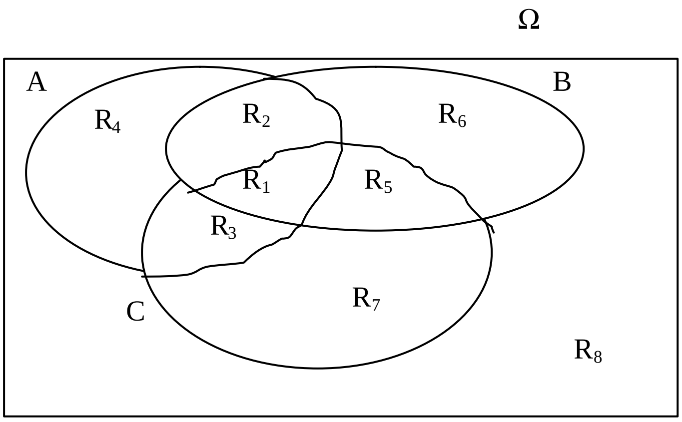
$$R_4 = n(T \cup R)' = n(T' \cap R') = n(\Omega) - n(T) - n(R) + n(T \cap R).$$

$R_4 = 1000 - 400 - 300 + 275 = 575$ personas son las que no escuchan las noticias por ninguno de los dos medios de comunicación .

d).- Construya un diagrama de Venn que resuma los resultados de la investigación.



1.- Para el caso de tres conjuntos A, B y C en donde en un diagrama de Venn aparecen ocho regiones distintas



Solo A representa la Región R_4 y esta definida por el conjunto $A \cap B' \cap C'$, entonces el número de elementos de ésta región se calcula de la siguiente manera:

$$R_4 = n(A \cap B' \cap C') = n(A) - n(A \cap B) - n(A \cap C) + n(A \cap B \cap C)$$

Solo B representa la Región R_6 y esta definida por el conjunto $A' \cap B \cap C'$, entonces el número de elementos de ésta región se calcula de la siguiente manera:

$$R_6 = n(A' \cap B \cap C') = n(B) - n(A \cap B) - n(B \cap C) + n(A \cap B \cap C)$$

Solo C representa la Región R_4 y esta definida por el conjunto $A' \cap B' \cap C$, entonces el número de elementos de ésta región se calcula de la siguiente manera:

$$R_7 = n(A' \cap B' \cap C) = n(C) - n(A \cap C) - n(B \cap C) + n(A \cap B \cap C)$$

Solo A y B representa la Región R_2 y esta definida por el conjunto $A \cap B \cap C'$, entonces el número de elementos de ésta región se calcula de la siguiente manera:

$$R_2 = n(A \cap B \cap C') = n(A \cap B) - n(A \cap B \cap C)$$

Solo Ay C representa la Región R_3 y esta definida por el conjunto $A \cap B' \cap C$, entonces el número de elementos de ésta región se calcula de la siguiente manera:

$$R_3 = n(A \cap B' \cap C) = n(A \cap C) - n(A \cap B \cap C)$$

Solo B y C representa la Región R_5 y esta definida por el conjunto $A' \cap B \cap C$, entonces el número de elementos de ésta región se calcula de la siguiente manera:

$$R_5 = n(A' \cap B \cap C) = n(B \cap C) - n(A \cap B \cap C)$$

Ninguna de las tres representa la Región R_8 y está definida por el conjunto $A' \cap B' \cap C' = (A \cup B \cup C)'$, entonces el número de elementos de ésta región se calcula de la siguiente manera:

$$R_8 = n(A \cup B \cup C)' = n(A' \cap B' \cap C') = n(\Omega) - n(A) - n(B) - n(C) + n(A \cap B) + n(A \cap C) + n(B \cap C) - n(A \cap B \cap C)$$

Ejemplo :

En una muestra de 50 amas de casa , 35 tuvieron Tv, 20 licuadoras y 15 aparatos estereofónicos. 15 tenían Tv y licuadora, 10 Tv y estereo, 12 licuadoras y estereo y 8 tuvieron los 3 aparatos .

a) ¿ Cuántas amas de casa tenían solamente aparatos de Tv?
b) ¿ Cuántas amas de casa tenían solamente licuadoras?.
c) ¿ Cuántas amas de casa tenían solamente aparatos estereofónicos?.
d) ¿ Cuántos amas de casa no tenían ninguno de los tres aparatos?
e) Construya un diagrama de Venn que resuma los resultados de la investigación

Solución:

Datos

Datos:

$n(\Omega) = 50$ amas de casa ,
$n(T) = 35$ amas de casa
$n(L) = 20$ amas de casa
$n(E) = 20$ amas de casa
$n(T \cap L) = 15$ amas de casa
$n(T \cap E) = 10$ amas de casa
$n(L \cap E) = 12$ amas de casa
$n(T \cap L \cap E) = 8$ amas de casa

a).- Solo T son las amas de casa que solo tenían TV y está definida por la Región R_4 que representado por el conjunto $T \cap L' \cap E'$, entonces el número de elementos de ésta región se calcula de la siguiente manera:

$$R_4 = n(T \cap L' \cap E'') = n(T) - n(T \cap L) - n(T \cap E) + n(T \cap L \cap E)$$

$R_4 = n(T \cap L' \cap E'') = 35 - 15 - 10 + 8 = 18$ amas de casa que solo tenían TV.

b).- Solo L son las amas de casa que solo tenían Licuadoras y está definida por la Región R_6 que representado por el conjunto $T' \cap L \cap E'$, entonces el número de elementos de ésta región se calcula de la siguiente manera:

$$R_6 = n(T' \cap L \cap E'') = n(L) - n(T \cap L) - n(L \cap E) + n(T \cap L \cap E)$$

$R_6 = n(T' \cap L \cap E'') = 20 - 15 - 12 + 8 = 1$ ama de casa que solo tenía licuadora .

c).- Solo E son las amas de casa que solo tenían Estereos y está definida por la Región R_7 que representado por el conjunto $T' \cap L' \cap E$, entonces el número de elementos de ésta región se calcula de la siguiente manera:

$$R_7 = n(T' \cap L' \cap E') = n(E) - n(L \cap E) - n(T \cap E) + n(T \cap L \cap E)$$

$R_7 = n(T' \cap L' \cap E') = 15 - 12 - 10 + 8 = 1$ ama de casa que solo tenía estereo

f) ¿ Cuántos amas de casa no tenían ninguno de los tres aparatos?

Ninguna de las tres representa la Región R_8 y está definida por el conjunto $T' \cap L' \cap E' = (T \cup L \cup E)'$, entonces el número de elementos de ésta región se calcula de la siguiente manera:

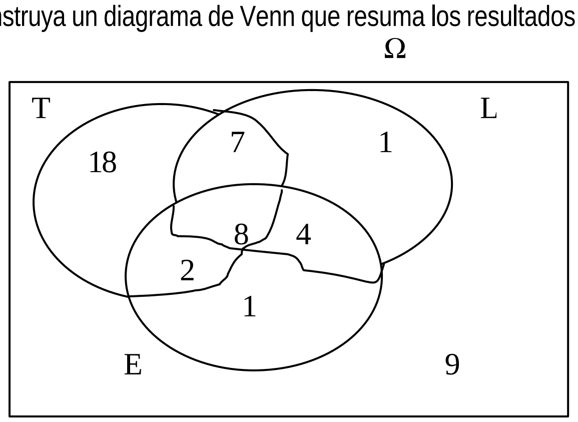
$$R_8 = n(T \cup L \cup E)' = n(T' \cap L' \cap E') = n(\Omega) - n(T) - n(L) - n(E) + n(T \cap L)$$

$$+ n(T \cap E) + n(L \cap E) - n(T \cap L \cap E)$$

$R_8 = n(T \cup L \cup E)' = n(T' \cap L' \cap E') = n(\Omega) - n(T) - n(L) - n(E) + n(T \cap L) + n(T \cap E) + n(L \cap E) - n(T \cap L \cap E)$

$R_8 = 50 - 35 - 20 - 15 + 15 + 10 + 12 - 8 = 9$ son las amas de casa que no tenían ninguno de los tres aparatos.

d).- Construya un diagrama de Venn que resuma los resultados de la investigación.



PROBLEMAS

1.- Se interrogó a un grupo de 1,000 personas si habían comprado tres marcas diferentes de yogur. se obtuvieron los siguientes datos.

175 personas compraron de la marca A
220 compraron de la marca B
150 compraron de la marca C
50 compraron de la marca A y B
75 cmpraron de la marca A y C
60 Compraron de la marca B y C
20 Compraron de las tres marcas.

a).- ¿ Cuántas personas compraron sólo la marca A?, ¿ Cuántas personas compraron sólo la marca B?, Cuántas personas compraron sólo la marca C?.
b).- ¿Cuántas personas compraron sólo la marcas A y B?.
c).- ¿ Cuántas personas compraron sólo la marcas A y C?.
d).- ¿ Cuántas personas compraron sólo la marcas B y C ?.
e) ¿ Cuántas personas no compraron ninguna de las tres marcas ?.
f).- Constrúyase un diagrama de venn que resuma los resultados de la investigación.

2.- El departamento de transporte investigó a 100,000 personas para determinar sus fiferentes formas de emplear el transporte público durante el año anterior. Los resultados de la investigación indicaron que:

25,000 han viajado en avión.
41,000 han viajado en autobuses.
20,000 han viajado en trenes.
7,000 han viajado tanto en aviones como en autobuses.
9,000 han viajado tanto en autobuses como en trenes
8,000 han viajado tanto en aviones como en trenes.
5,000 han viajado en las tres formas

Determínese el porcentaje de investigados quiénes:
A).- viajaron solo en avión
b).- Viajaron solo en avión y en autobús
c).- Viajaron solo en avión y en tren.
d).- viajaron solo en autobús y en tren.
e).- viajaron sólo en autobús
f).- no hicieron uso de ninguna de las tres formas de transporte
g).- Constrúyase un diagrama de venn que resuma los resultados de la investigación

3.-Una cadena de TV investigó a 50,000 televidentes para determinar los hábitos televisivos durante la semana anterior . se encontró que:

29,000 teleespectadores habían visto un evento deportivo.
25,000 teleespectadores habían visto un noticiero.
28,000 teleespectadores habían visto una película.
16,000 teleespectadores habían visto un evento deportivo y un noticiero.
15,000 teleespectadores habían visto programas de noticias y películas.
18,000 teleespectadores habían visto programas deportivos y películas.
10,000 teleespectadores habían visto los tres tipos de programas.

¿ Qué porcentaje de teleespectadores vio:
a).- Sólo programas de noticias?
b). ¿ Sólo programas deportivos?
c).- ¿ Sólo películas?.
d).- ¿ Ninguno de los tres tipos de programas?
f).- Constrúyase un diagrama de venn que resuma los resultados de la investigación

4.- El departamento de publicidad de la tienda Copel efectúa una encuesta a un grupo seleccionado de 1,000 clientes , de entre todos los que abrieron su cuenta de crédito en el pasado mes de diciembre . se les pregunta si su crédito fue utilizado para comprar artículos para el hogar, artículos de vestir o juguetes.
Los resultados de la encuesta se han tabulado asi:

Artículos para el hogar	275	
Artículos de vestir		400
Juguetes		550
Artículos para el hogar y de vestir	150	
Artículos para el hogar y juguetes	110	
Artículos de vestir y juguetes		250
Artículos de vestir, del hogar y juguetes	100	

a).- cuantas personas no usaron el crédito en ninguna de esas tres mercancías ?
b)- ¿ Cuantas personas usaron su crédito sólo para comprar artículos de vestir?
Solo para artículos del hogar?, ¿ solo para juguetes?.

5.-Un investigador de mercados efectúa una encuesta sobre los hábitos de lectura de periódicos de la cd. De Navojoa , con los siguientes resultados:
9.8% leen el Imparcial
22.9% leen la Tribuna
12.1% leen el Independiente
5.1% leen el Imparcial y la Tribuna
3.7% leen El Imparcial y el Independiente
6.0% leen la Tribuna y el Independiente
32.4 % leen al menos uno de los tres periódicos mencionados
calcular el número de personas que:

a).- no leen ninguno de los tres periódicos mencionados.
b).- leen el Imparcial y la Tribuna , La tribuna y el Independiente

6.-Una agencia de automóviles vende 47 unidades ,

23 con frenos de potencia ,
27 con transmisión automática
20 con aire acondicionado
7 unidades tenian los 3 aparatos o accesorios.
3 tenían frenos de potencia y transmisión automática y no tenían aire acondicionado
2 tenían transmisión automática , aire acondicionado pero no tenían frenos de potencia
¿ Cuantos autos fueron vendidos con un solo accesorio

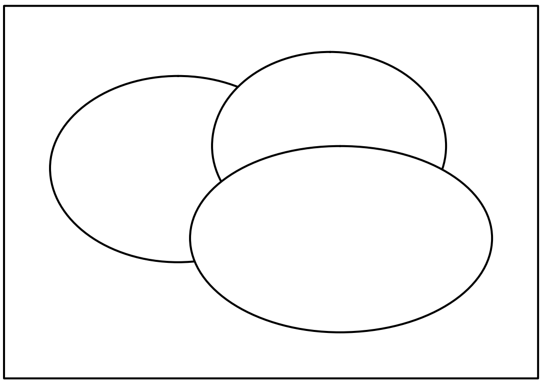
7.- En una muestra de 50 amas de casa ,
35 tubieron TV,

20 tenían licuadoras
15 aparato estereofónico
15 tenían TV y licuadora
10 tenían TV y estereo
12 tenían licuadora y estereo
8 amas de casa tenían los 3 aparatos
a)- ¿ Cuantas tenían solo licuadora?
b).- ¿ Cuantas personas solo tenian la tV ,el aparato estereofónico o ambos
c).- ¿ Cuantas personas solo tenian al menos uno de los 3 accesorios o aparatos?
d).- ¿ Cuántas amas de casa no tenían ninguno de los tres aparatos?

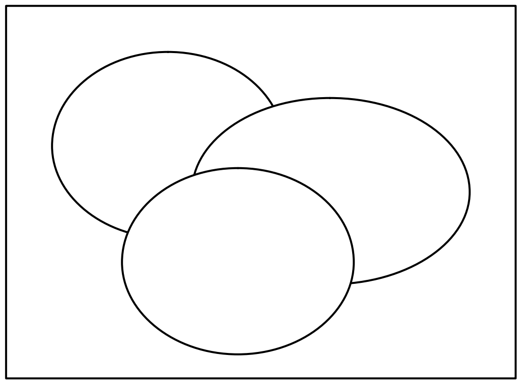
RESPUESTAS DE LOS PROBLEMAS DE LAS PAGINA # 25, 26 y 27

PROBLEMA	a	b	c	d	e	f
1	Solo A =70 Solo B =130 Solo C = 35	30	55	40	620	
2	15%	2%	3%	4%	30%	33%
3	8%	10%	10%	14%		
4	185	Art. P/ vestir = 100 Art. De Hogar = 115 Juguetes = 290				
5	67.6 %	Impar Y Trib = 2.7 % Trib y el Indep = 3.6 %				
6	31					
7	1	21	41	9		

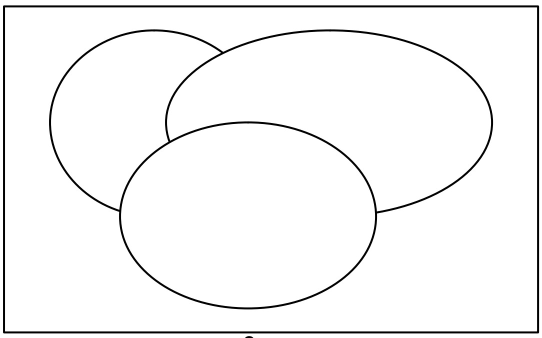
Resumen de los resultados de las investigaciones de cada uno de los problemas que se encuentran en las páginas 25, 25, y 27 graficados en Diagramas de Venn



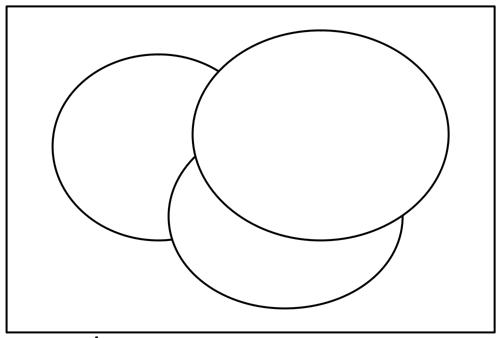
1



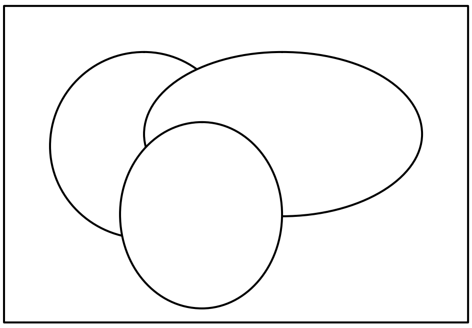
2



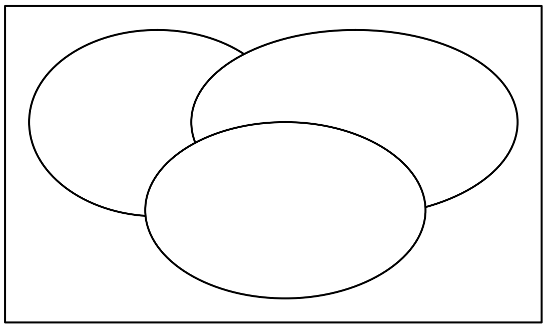
3



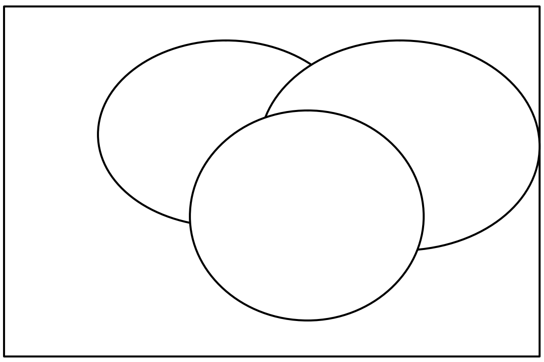
4



5



6



7